

INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO DE VISEU

ÁREA CIENTÍFICA DE MATEMÁTICA

Cálculo e Tratamento de Dados

(CTeSP de Gestão da Segurança no Trabalho e do Ambiente e de Proteção Civil)

1º teste

Duração: 1h00m

29 de outubro de 2018

Não é permitida a consulta de quaisquer apontamentos nem a utilização de máquina de calcular.

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Em caso de fraude, a sua prova será imediatamente anulada.

1. Considere as sucessões (u_n) e (v_n) de termo geral $u_n = \frac{2n^2 + 2n}{n} + n$ e $v_n = \frac{u_n}{2n - 1}$ respetivamente.
 - (a) Mostre que (u_n) é uma progressão aritmética e indique a sua razão.
 - (b) O que pode concluir quanto à monotonia da sucessão (u_n) .
 - (c) Calcule a soma $u_3 + u_4 + \dots + u_{10}$ dos termos da sucessão (u_n) .
 - (d) Mostre que $v_n = \frac{3n + 2}{2n - 1}$.
 - (e) Verifique se 2 é, ou não, termo da sucessão (v_n) e em caso afirmativo, indique a sua ordem.
 - (f) Determine a diferença entre o termo de ordem $n + 1$ e o termo de ordem n da sucessão (v_n) . O que pode concluir sobre a sua monotonia?
 - (g) Calcule $\lim \left(\frac{(-1)^{n+1}}{5n^2 - n + 4} + v_n \right)$.
2. Uma certa empresa que produz artigos de proteção e segurança teve no seu primeiro ano de existência um volume de vendas de 50 mil euros. Estudos efectuados pelo departamento financeiro da empresa permitiram concluir que o seu volume de vendas tem duplicado anualmente.
 - (a) Determine o volume de vendas no 2º e no 3º ano.
 - (b) Determine o termo geral da sucessão (a_n) associada a este problema.
 - (c) Calcule o volume total de vendas S_5 dos 5 primeiros anos.

3. Calcule $\lim \frac{2^{n+1} - 1}{3^n}$.
4. Considere as funções f e g definidas por $f(x) = -2x + 1$ e $g(x) = \frac{x^2 - 1}{f(x)}$.
- (a) Represente graficamente a função f .
 - (b) Resolva analiticamente a inequação $f(x) < 0$.
 - (c) Determine o domínio da função g .
 - (d) Determine os zeros da função g .