

INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO DE VISEU

ÁREA CIENTÍFICA DE MATEMÁTICA

Cálculo e Tratamento de Dados

(CTeSP de Proteção Civil)

2º teste

Duração: 1h00m

13 de dezembro de 2018

Não é permitida a consulta de quaisquer apontamentos nem a utilização de máquina de calcular gráfica.

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Em caso de fraude, a sua prova será imediatamente anulada.

1. (a) (1.5 val) Partindo da Fórmula Fundamental da Trigonometria, mostre que

$$\tan^2(\alpha) + 1 = \frac{1}{\cos^2(\alpha)}.$$

- (b) (1.25 val) Recorra à linha anterior para determinar o valor de $\cos(\alpha)$ sabendo que $\tan(\alpha) = 2$.

2. (1.25 val) Num campo de tiro, um prato foi lançado segundo um ângulo de 32° com o solo. A bala atingiu o prato depois de este ter percorrido 28 m. A que distância do solo foi atingido o prato?

3. Considere a função g definida por $g(x) = x^2 + 2x - 8$.

- (a) (1 val) Determine os zeros da função g .

- (b) (1 val) Quais são as coordenadas do vértice da parábola que representa a função g ?

- (c) (1 val) Represente graficamente a função g .

- (d) (1 val) Resolva, analiticamente, a inequação $g(x) < 0$.

4. Considere a função $f(x) = -4 + \log_3\left(5 - \frac{x}{2}\right)$

- (a) (1.25 val) Determine o domínio da função.

- (b) (1.5 val) Resolva a equação $f(x) = -3$.

5. (2.5 val) Resolva a seguinte equação: $-2^{x-1} \log(x-2) = -2 \log(x-2)$.

6. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- (a) *(1.5 val)* Ordene, se possível, de várias maneiras as matrizes anteriores de tal modo que o produto das três esteja definido.
- (b) *(2 val)* Calcule a matriz $M = AA^T$.
- (c) *(1 val)* Averigue se a matriz M é simétrica.
- (d) *(0.75 val)* Averigue se a matriz M é ortogonal.
- (e) *(1.5 val)* Determine a matriz X tal que $X + 2I = M$.